

HACIA UNA NUEVA ERA EN LA DETERMINACIÓN DE MODELOS DE GEOIDE. ANALISIS DEL NUEVO MODELO GEOPOTENCIAL GLOBAL EGM2008

Martín A., Anquela A.B., Padín J., Berné J.L.
Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría
Universidad Politécnica de Valencia
C/ Camino de Vera s/n, 46520 Valencia
aemartin@upvnet.upv.es

Palabras clave: EGG2008, geoide, modelo global.

Resumen

Una nueva generación de modelos geopotenciales globales está siendo desarrollada. Estas soluciones presentan un desarrollo en armónicos esféricos fuertemente normalizados hasta grado y orden superior a 2000 con errores por comisión muy bajos.

En concreto, en este trabajo, se analizará el reciente modelo EGM2008, desarrollado hasta grado y orden 2190, lo cual supone recuperar el campo gravitatorio hasta longitudes de onda de unos 20 kilómetros.

El error por comisión de este modelo es de únicamente 0.132 metros para la ondulación de geoide, siendo de aproximadamente 0.1 metros hasta grado y orden 1000. El error por omisión de un modelo de este tipo se puede cifrar en unos 0.03 metros.

Este modelo se comparará con otros modelos de geoide que contienen a la Comunidad Valenciana en su definición (IGG2005, IBERGEO2006 y el modelo de geoide local de la Comunidad Valenciana GCV07). Esta comparación se extiende a puntos GPS/nivelación, mostrando la espectacular mejora de este modelo global que lo equipara a las determinaciones locales de geoide efectuadas hasta la fecha.

En este sentido, cuando se incorporen las medidas de la misión GOCE, se mejorará la precisión de los primeros coeficientes del desarrollo armónico esférico; el objetivo de esta misión es la obtención de modelos gravitatorios de grado y orden 200 con precisión cercana al centímetro. El modelo EGM2008 presenta un error por comisión de 0.083 metros hasta ese grado, por lo que la incorporación de estos datos mejorará espectacularmente la solución final dejando definitivamente obsoletas las técnicas de determinación local o regional de modelos de geoide empleadas hasta la fecha por la comunidad científica.

1 Introducción

Desde el lanzamiento de las misiones CHAMP, en el año 2000, y GRACE en el año 2002, más de 20 nuevos modelos geopotenciales globales de diferente grado han sido desarrollados y están disponibles para la comunidad científica [8], empezando a culminar la tarea que se inició con el modelo EGM96 [10] en el proceso de determinación del campo gravitatorio terrestre. Actualmente se cuenta con desarrollos hasta grado y orden 360 basados en los datos de estas misiones por satélite, pero completados con información gravimétrica y altimétrica terrestre así como con información de altimetría por satélite.

La mejora, en cuanto a precisión, de estos modelos respecto al EGM96 es considerable [12],[13], por ejemplo, el modelo EIGEN-CG03C, [6], de grado y orden 360, presenta un error por comisión de 0.065 metros en la predicción de la ondulación del geoide, mientras que el EGM96 llega a los 0.42 metros.

Desde el año 2004, la National Geospatial-Intelligence Agency (NGA) de los Estados Unidos se embarcó en el proyecto de intentar generar un modelo geopotencial global de alto grado y orden [15], llegando al desarrollo, en el año 2008, del modelo EGM2008 [16], completo hasta grado y orden 2159, pero que contiene coeficientes adicionales hasta grado 2190 y orden 2159, lo cual supone recuperar el campo gravitatorio hasta longitudes de onda de unos 20 kilómetros.

Este modelo se ha logrado gracias a la nueva base de datos de gravedad de 5'x 5' sobre todo el mundo elaborada por la National Geospatial-Intelligence Agency de los Estados Unidos, datos procedentes de la misión espacial GRACE (se han utilizado datos de esta misión para determinar los coeficientes hasta grado y orden 60 de la solución final), una nueva base de datos altimétrica basada en la solución Shuttle Radar Topographic Misión junto con otras bases de datos (GTOPO30, ICESat, etc.) lo que ha permitido el desarrollo de un modelo digital de elevaciones global de 30"x 30" y el desarrollo de una nueva superficie media del mar utilizando datos de los satélites altimétricos Topex/Poseidon, Jason-1, ERS-1/2, Geosat, Envisat, GFO y ICESat.

El primer análisis del modelo se puede realizar viendo los errores por comisión de cada uno de los coeficientes que la solución ha generado, si se concreta sobre las ondulaciones del geoide se debe utilizar la expresión [10]:

$$\sigma_{N_n}^2 = \left(\frac{KM}{a\gamma}\right)^2 \left(\frac{a^2}{R^2}\right)^n \sum_{m=0}^n (\overline{\sigma_{C_{nm}}^2} + \overline{\sigma_{S_{nm}}^2}) \quad (1)$$

Donde $\sigma_{N_n}^2$ representa la varianza para la ondulación de un grado n determinado, a es el semieje mayor del elipsoide utilizado en la definición del modelo, γ un valor medio de gravedad normal, R un valor medio del radio terrestre, normalmente 6371 Km., y $\overline{\sigma_{C_{nm}}^2}$ y $\overline{\sigma_{S_{nm}}^2}$ son las varianzas de los errores por comisión de los coeficientes armónicos esféricos totalmente normalizados.

La raíz cuadrada de la ecuación 1 anterior expresará la desviación que los coeficientes de un determinado grado n presentan y la suma de todos los grados dará la desviación total acumulada del modelo utilizado.

Así en la Figura 1 se puede ver el error por comisión que cada grado introduce en la solución final del EGM2008 en comparación con el EGM96 y el EIGEN-CG03C.

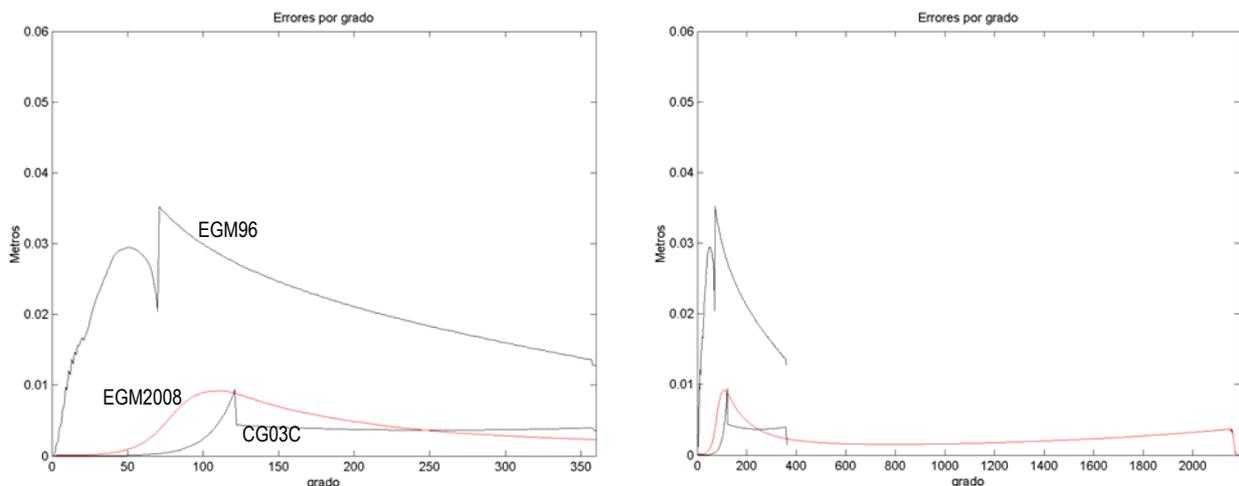


Figura 1: Errores por comisión de los modelos EGM96, EIGEN-CG03C y EGM2008 (en rojo), a la izquierda el dibujo está cortado hasta grado y orden 360, mientras que el de la derecha llega hasta grado 2190.

El error por comisión total del modelo EGM2008 es de únicamente 0.132 metros para la ondulación de geoide, siendo de aproximadamente 0.1 metros hasta grado y orden 1000. El error por omisión de un modelo hasta grado 2190 se puede cifrar en unos 0.03 metros [17].

2. Comparación del modelo EGM2008 con puntos GPS/Nivelación/Gravedad y otros modelos de geoide en la Comunidad Valenciana

En la figura 2 se puede ver la ondulación del geoide del modelo EGM2008 sobre el elipsoide de referencia GRS80 para la Comunidad Valenciana y en la figura 3 los 11 puntos GPS/nivelación/gravedad (puntos de ondulación directa), [11], utilizados para comprobar el modelo de geoide y compararlo con otras soluciones de geoide de alta precisión y resolución que contienen, dentro de su definición, a la Comunidad Valenciana; estos modelos son el modelo global EIGEN-CG03C [6], el modelo continental EGG97 [3], los modelos ibéricos IGG05 [2] e IBERGEO2006 [18] y el modelo de geoide local de la Comunidad Valenciana, CGV07, [13], en la tabla 1 se puede ver un resumen estadístico de la comparación de estos modelos de geoide con los puntos GPS/nivelación/gravedad.

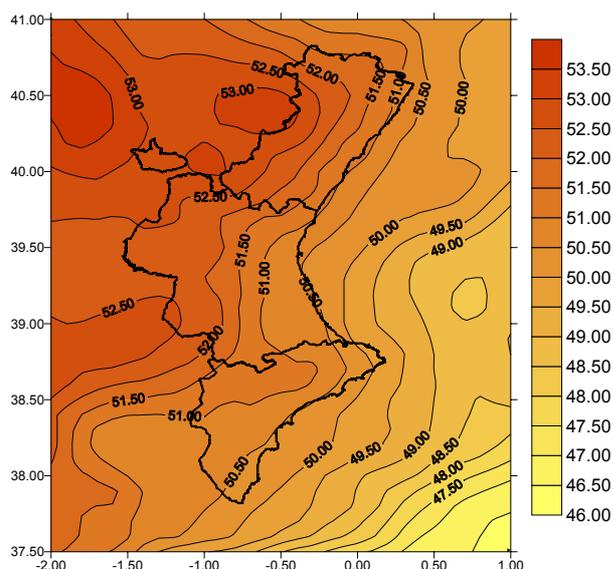


Figura 2: Ondulación del modelo EGM2008 para la Comunidad Valenciana.

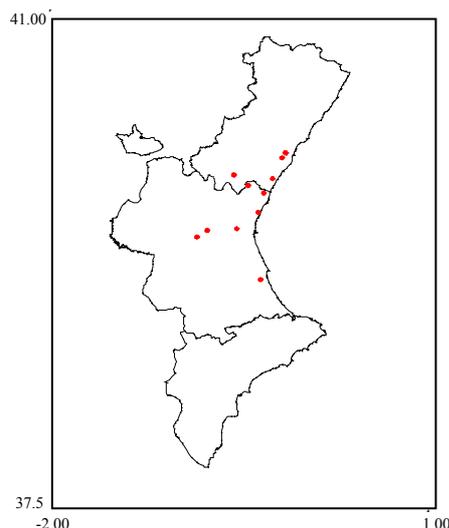


Figura 3: Situación de los puntos GPS/Nivelación/Gravedad utilizados para el análisis.

	EGG97	IGG2005	IBERGEO2006	CG03C	GCV07	EGM2008
Media	-0.876	-0.313	-0.153	-0.669	-0.746	-0.624
Desviación	0.123	0.134	0.110	0.201	0.093	0.079
Máximo	-0.642	-0.042	0.092	-0.265	-0.583	-0.476
Mínimo	-1.061	-0.523	-0.338	-0.963	-0.887	-0.755

Tabla 1: Resumen estadístico de las diferencias entre la ondulación del geode observada en los puntos GPS/Nivelación/Gravedad y la que se predice según diferentes modelos de geode. Unidades en metros.

Los resultados del análisis del modelo EGM2008 con los puntos de ondulación directa muestra un gran ajuste del mismo al campo gravitatorio local, en realidad es el modelo que mejor se ajusta a los puntos de ondulación directa, por lo que, en principio, y basándonos únicamente en esta comprobación, sería el mejor modelo de geode para la zona.

En la figura 4 podemos ver el modelo de geode GCV07 y en la figura 5 la diferencia con el modelo EGM2008, ambos sobre el elipsoide de referencia GRS80 (que será el utilizado en todos los mapas siguientes), como se puede apreciar, en la parte continental, las diferencias entre el modelo global y el modelo local de alta resolución no sobrepasa los 20 centímetros (diferencia acorde con la precisión del modelo global atendiendo a sus errores por comisión y por omisión). En la parte oceánica se presentan las mayores diferencias, donde el modelo global sería más fiable, ya que es más homogéneo: cualquier modelo de geode local gravimétrico se calcula a partir de datos de gravedad que son más precisos en continente (sobre 1 mGal.), que sobre el mar, (alrededor de 20 mGal.).

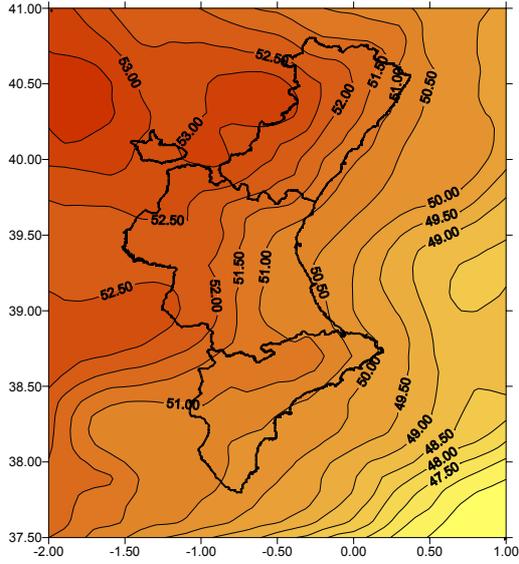


Figura 4: Modelo de geoides CGV07.

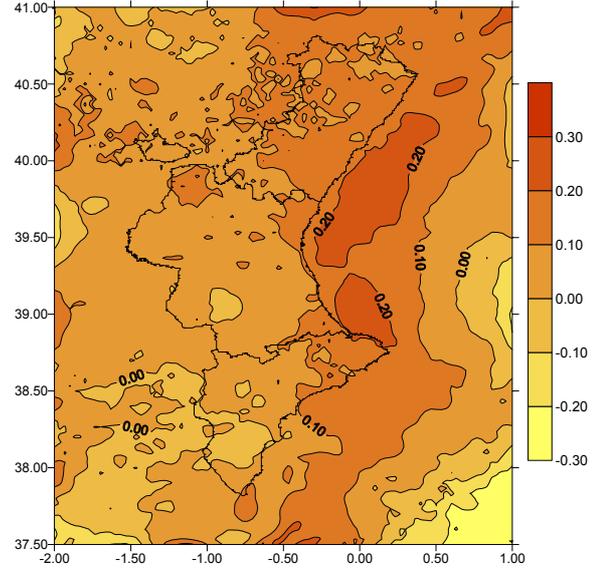


Figura 5: Diferencias entre el modelo EGM2008 y el CGV07. Media: 0.06m, σ : 0.08 m., Max.: 0.31 m., Min.: 0.27 m.

3. Cálculo de un modelo de geoides local basado en el modelo EGM2008

La forma más efectiva de comprobar el buen resultado que un modelo geopotencial global de alto grado produce sobre una determinación de geoides local es utilizar el escenario que la colocación mínimo cuadrática y el modelado residual del terreno proporcionan, [1]: a partir de los datos de anomalías de gravedad aire-libre de la zona de cálculo se obtienen las anomalías aire-libre residuales eliminando las largas longitudes de onda del campo gravitatorio mediante un modelo geopotencial global (Δg_{MG}) y las cortas longitudes de onda mediante el modelado residual del terreno (Δg_{RTM}) siguiendo la expresión:

$$\Delta g_{RES} = \Delta g_{A.L.} - \Delta g_{MG} - 2\pi K\rho(h - h_{ref}) + c \quad (2)$$

Donde $\Delta g_{RTM} \approx -2\pi K\rho(h - h_{ref}) + c$, siendo h_{ref} la altitud de la superficie media de referencia, [4], [5], K la constante de gravitación universal, ρ la densidad media y c la clásica corrección topográfica.

Utilizando las anomalías residuales se calcula la función covarianza empírica, [9], que es ajustada al habitual cuarto modelo de covarianza de Tscherning y Rapp [19] que, utilizando un modelo geopotencial global de grado M , se expresa según la ecuación:

$$C_{\Delta g, \Delta g}(P, Q) = a \sum_{i=2}^M \sigma_i \left(\frac{R_B^2}{rr'} \right)^{i+2} P_i(\cos \psi_{PQ}) + \sum_{i=M+1}^{\infty} \frac{A(i-1)}{(i-2)(i+24)} \left(\frac{R_B^2}{rr'} \right)^{i+2} P_i(\cos \psi_{PQ}) \quad (3)$$

Donde r y r' son las distancias de los puntos P y Q al centro de la Tierra, σ_i son los errores por comisión de cada grado del modelo geopotencial global utilizado, a es un factor de escala que se debe calcular, R_B es el radio de la esfera de Bjerhammar que se debe calcular, P_i es el polinomio de Legendre de grado i , ψ_{PQ} es la distancia esférica entre P y Q y A es un parámetro relacionado con la varianza ($\psi=0$) de las anomalías residuales de gravedad que se debe calcular. Una vez calculados los parámetros a , R_B , y A realizando un ajuste mínimo cuadrático entre la función covarianza modelo y los valores de la función covarianza empírica, se puede obtener la anomalía de altura residual utilizando la formulación clásica de resolución por colocación mínimo cuadrática, [14]:

$$\zeta_{RES} = C_{\zeta \Delta g} C_{\Delta g \Delta g}^{-1} \Delta g_{RES} \quad (4)$$

Utilizando el modelado residual del terreno, [5], para volver a recuperar las altas frecuencias del campo gravitatorio, y el modelo geopotencial global para las bajas, la solución final para el cuasi-geoide es:

$$\zeta = \zeta_{RES} + \zeta_{MG} + \zeta_{RTM} \quad (5)$$

Que, finalmente, debe ser transformado a ondulación del geoide mediante, [7]:

$$N - \zeta = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H \approx \frac{\Delta g_{Bouguer}}{\gamma} H \quad (6)$$

Donde \bar{g} es el valor medio de la gravedad a lo largo de la línea vertical y $\bar{\gamma}$ es el valor medio de la gravedad normal a lo largo de la normal elipsoidal.

La determinación del modelo de geoide sobre la Comunidad Valenciana se realizará considerando, por un lado, el modelo global EIGEN-CG03C de grado y orden 360 y, por otro, el EGM2008, de forma que la comparación entre la utilización de un modelo global de grado medio y uno de muy alto grado será muy gráfica.

En la figura 6 se pueden ver los 13183 puntos gravimétricos validados (pertenecientes a la base de datos del cálculo del modelo de geoide local para la comunidad Valenciana GCV07) que se van a utilizar, [13] y en la figura 7 el mapa de anomalias de gravedad aire-libre asociado.

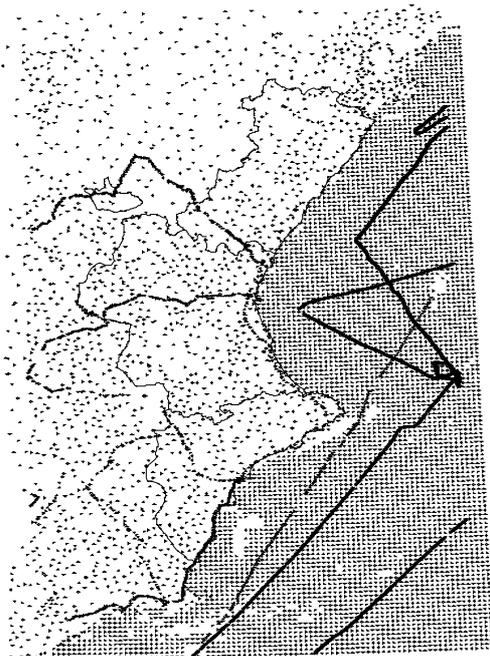


Figura 6: Puntos de gravedad utilizados.

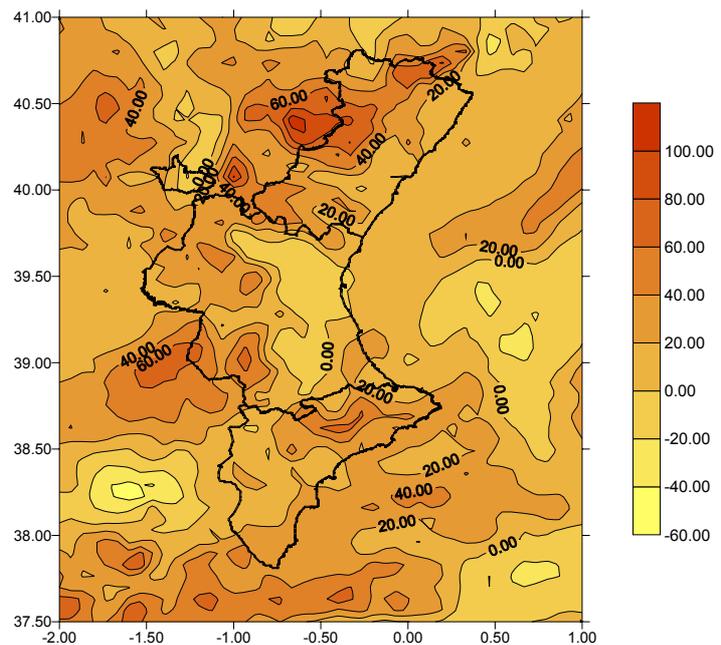


Figura 7: Mapa de anomalías aire-libre.

En la figura 8 se puede ver el mapa de anomalías aire-libre del modelo geopotencial EIGEN-CG03C y en la figura 9 el mapa de anomalías aire-libre del modelo EGM2008, donde se aprecia el gran número de longitudes de onda del campo gravitatorio que el modelo EGM2008 añade a su solución en comparación con un clásico modelo hasta grado 360.

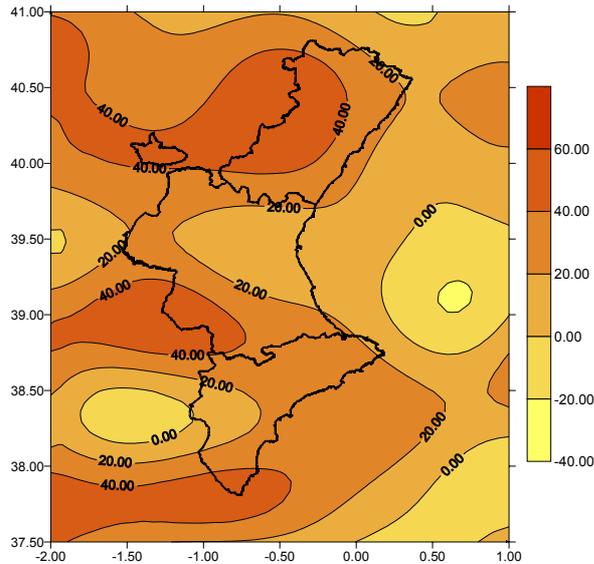


Figura 8: Anomalías de gravedad aire-libre del modelo EIGEN-CG03C.

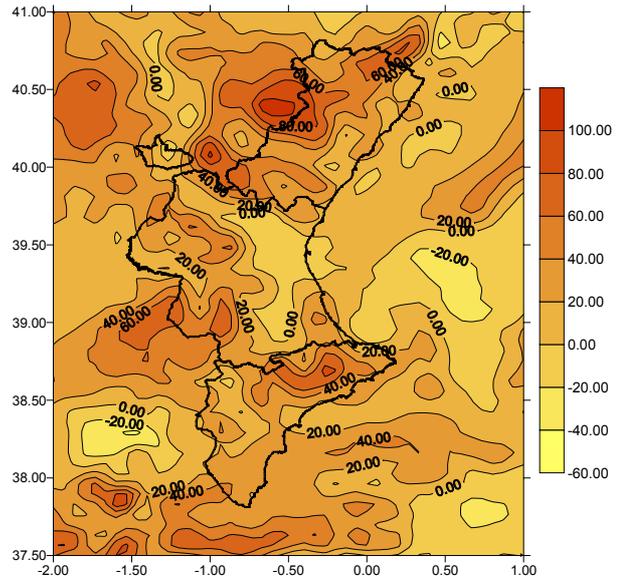


Figura 9: Anomalías de gravedad aire-libre del modelo EGM2008.

En las figuras 10 y 11 se pueden ver la resta de las anomalías aire-libre con las del modelo CG03C y el EGM2008 respectivamente, como puede apreciarse en la figura 11, y en sus valores estadísticos asociados, la utilización de un modelo geopotencial global de alto grado genera un campo mucho más residual.

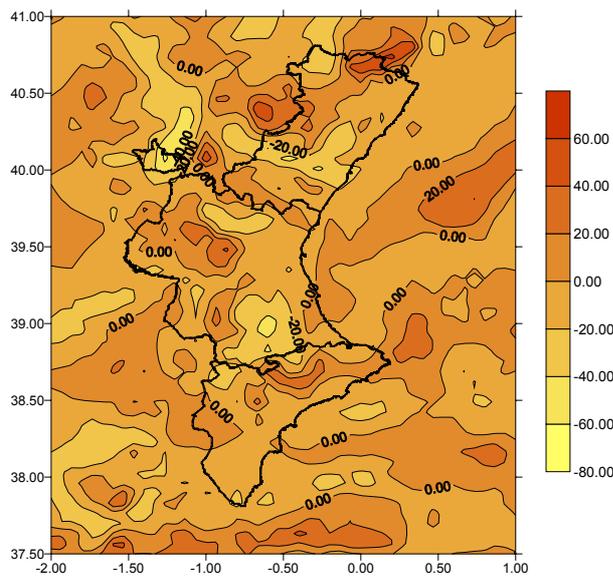


Figura 10: Anomalías de gravedad aire-libre menos modelo CG03C. Media: -1.09 mGal., σ : 15.02 mGal. Máx: 79.70 mGal. Min:-65.77 mGal.

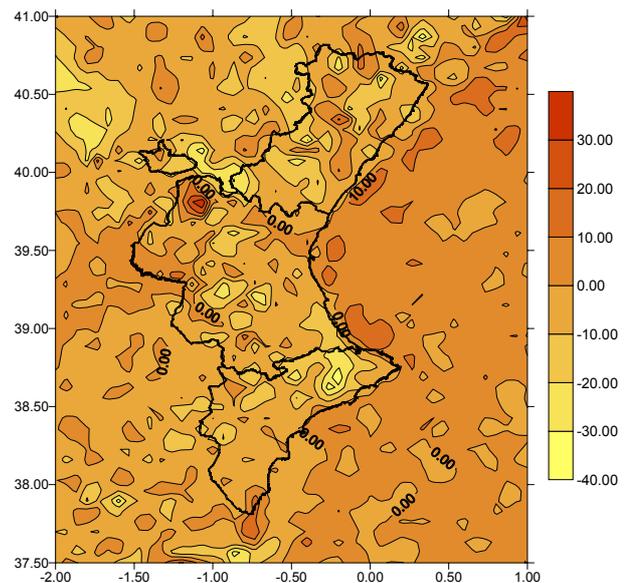


Figura 11: Anomalías de gravedad aire-libre menos modelo EGM2008. Media: 1.32 mGal., σ : 6.77 mGal. Máx: 46.22 mGal. Min:-52.03 mGal.

Para el cálculo del modelado residual del terreno se debe tener en cuenta que la superficie media de referencia debe ser calculada a partir de la media de las alturas de bloques cuyas dimensiones deben estar relacionadas con el grado del desarrollo del modelo geopotencial global utilizado, [1], en este caso, para el cálculo basado en el modelo CG03C, la superficie media de referencia se ha calculado sobre una malla de 10 kilómetros de paso de malla donde a cada nodo se le ha asignado la altura media de un bloque de 20 kilómetros centrado en el nodo, mientras que para el cálculo con el modelo EGM2008 la superficie media se ha calculado sobre una malla de 5 kilómetros de paso de malla donde a cada nodo se le ha asignado la altura media de un bloque de 5 kilómetros centrado en el nodo. La elección de estas superficies se ha efectuado a partir del cálculo de diversas superficies con diferentes pasos de malla y bloques de cálculo de las medias, escogiendo aquella solución que genere unas anomalías residuales de menor varianza.

En la figura 12 se puede ver el mapa de anomalías residuales del terreno para el caso de determinación del modelo de geoida a partir del modelo CG03C, y en la figura 13 para el modelo EGM2008.

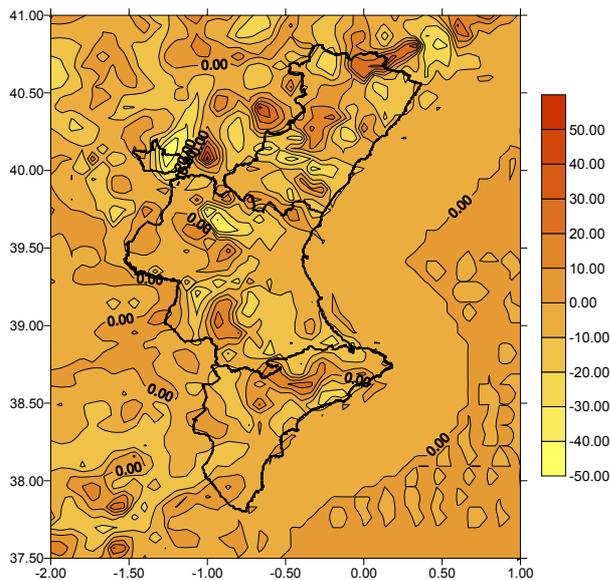


Figura 12: Anomalías residuales del terreno para el modelo CG03C. Media: -1.41 mGal., σ : 6.77 mGal. Máx: 74.65 mGal. Min:-51.4 mGal.

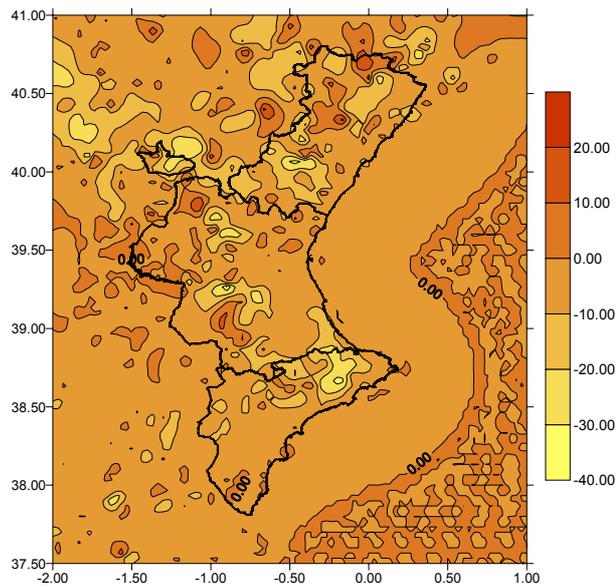


Figura 13: Anomalías residuales del terreno para el modelo EGM2008. Media: -0.86 mGal., σ : 4.17 mGal. Máx: 23.28 mGal. Min:-40.49 mGal.

En la figura 14 se pueden ver las anomalías residuales según la ecuación 2 utilizando el modelo CG03C y en la figura 15 utilizando el modelo EGM2008. Evidentemente la señal es mucho menor en la figura 15, ya que gran parte de la información ha sido eliminada con el modelo global, por lo que el campo residual es mucho más cercano al ruido que a la obtención de una señal gravitatoria.

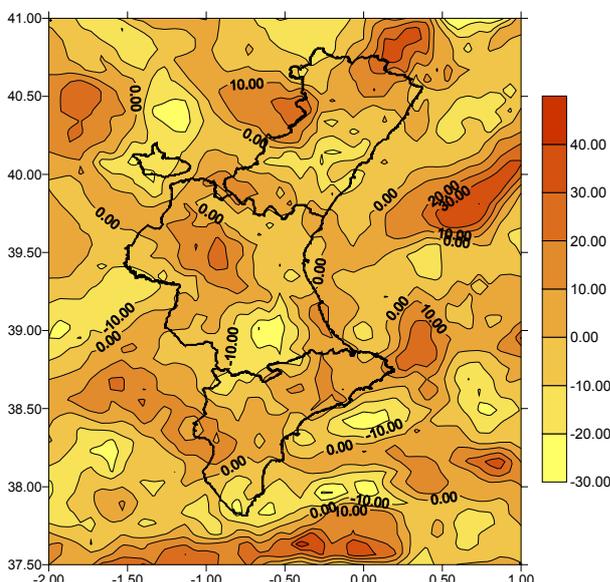


Figura 14: Anomalías residuales utilizando el modelo CG03C. Media: 0.32 mGal., σ : 13.33 mGal. Máx: 52.84 mGal. Min:-40.46 mGal.

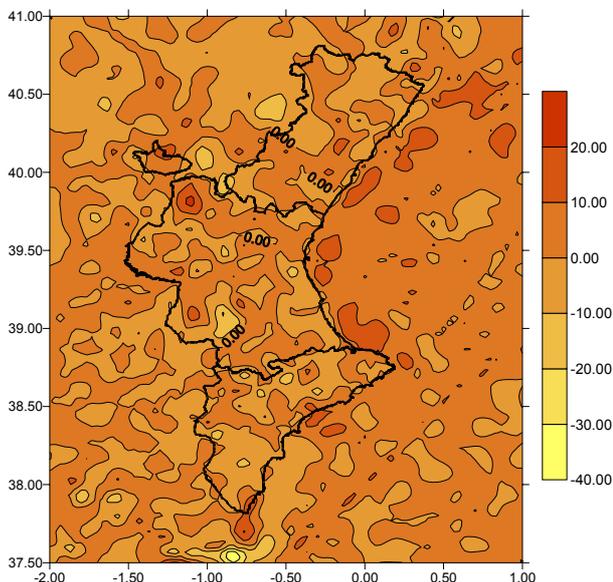


Figura 15: Anomalías residuales utilizando el modelo EGM2008. Media: 1.10mGal., σ : 5.07 mGal. Máx: 23.35 mGal. Min:-36.11 mGal.

A partir de las figuras 14 y 15 se completa el proceso de colocación mínimo cuadrática, ecuaciones 3 y 4, con lo que se obtiene la contribución a la anomalía de altura de cada uno de los mapas de anomalías residuales anteriores. En la figura 16 se puede ver la contribución a la anomalía de altura de la figura 14 y en la 17 la de la figura 15, a raíz de los resultados se concluye que la contribución a la anomalía de altura que presenta la componente residual utilizando el modelo EGM2008 es tan baja que puede empezar a pensarse que podría no tenerse en cuenta en la determinación del modelo de geoida.

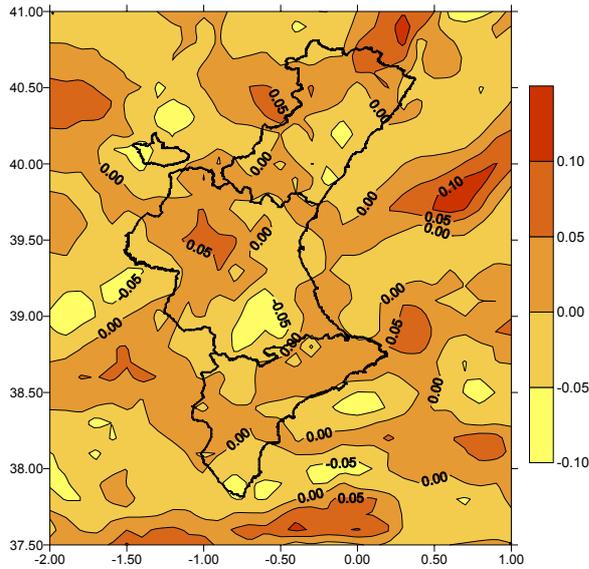


Figura 16: Anomalías de altura residual utilizando el modelo CG03C. Media: 0.00 m., σ : 0.04 m. Máx: 0.13 m. Min:-0.10 m.

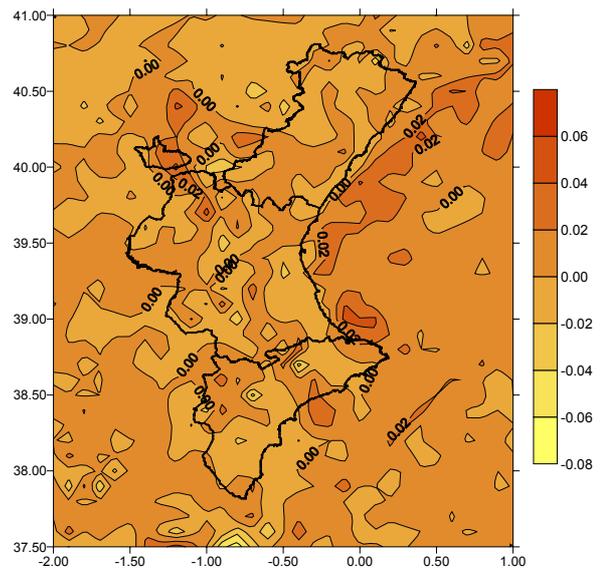


Figura 17: Anomalías de altura residuales utilizando el modelo EGM2008. Media: 0.00 m., σ : 0.01 m. Máx: 0.05 m. Min:-0.07 m.

Para completar el proceso según la ecuación 5 faltaría por calcular la contribución a la anomalía de altura que el modelo residual del terreno introduce (término ζ_{RTM}), la figura 18 muestra este efecto para el modelado residual del terreno trabajando con el modelo CG03C y la figura 19 para el modelo EGM2008. Como puede verse, los valores de cada uno de los mapas se mueven en el entorno del error por omisión que cada uno de los modelos globales introduce: en el caso del modelo CG03C, que es de grado y orden 360, de 0.18 m. y en el EGM2008 de 0.03 m.

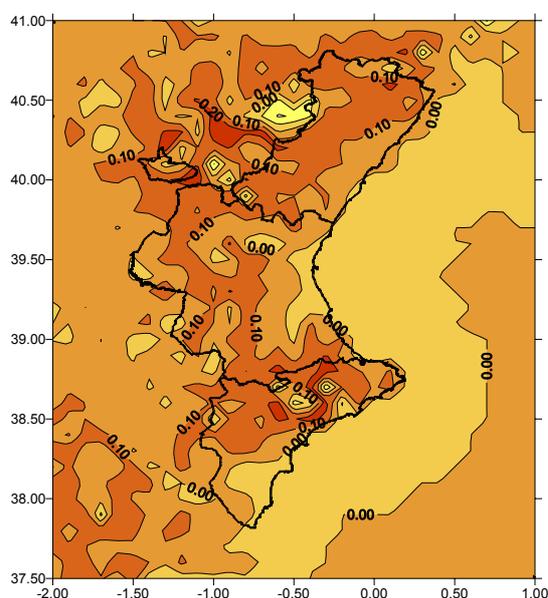


Figura 18: Anomalías de altura del modelo residual del terreno para el modelo CG03C. Media: 0.04 m., σ : 0.08 m. Máx: 0.33 m. Min:-0.25 m.

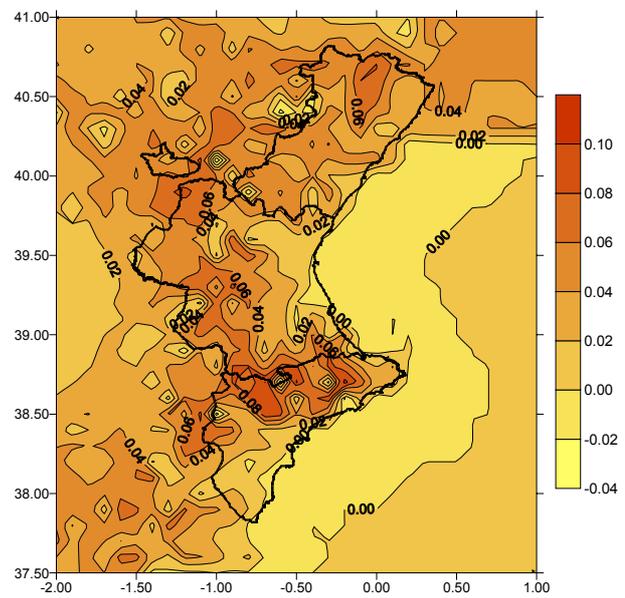


Figura 19: Anomalías de altura del modelo residual del terreno para el modelo EGM2008. Media: 0.02 m., σ : 0.02 m. Máx: 0.11 m. Min:-0.05 m.

Finalmente, el paso de la anomalía de altura a ondulación del geoide, ecuación 6, no genera diferencias entre ambas determinaciones ya que es la misma cantidad para los dos casos.

Atendiendo a los resultados obtenidos, se obtendría un error pequeño (por debajo de los 7 centímetros), si se calculara el modelo de geoide simplemente como la suma de las contribuciones del modelo global EGM2008 y el modelo residual del terreno de la figura 19.

En este sentido, la transformación de la anomalía de altura a ondulación de geoide, ecuación 6, no sería necesaria, ya que el modelo EGM2008 incorpora un fichero para esta transformación, se trata de un fichero que contiene el desarrollo armónico esférico en coeficientes totalmente normalizados hasta grado y orden 2160 que permite pasar de anomalía de altura obtenida según el modelo global a ondulación del geoide.

Como resultado final, la suma del modelo EGM2006, figura 2, con la anomalía de altura que genera el modelo residual del terreno correspondiente, figura 19, presenta unos resultados si se compara con los puntos GPS/nivelación/gravedad de la tabla 1 de -0.633 m. de media, 0.075 m de desviación típica, con un valor máximo de -0.473 m. y mínimo de -0.75 m, mejorando los resultados respecto a los presentados en dicha tabla por el modelo EGM2008 únicamente.

4 Conclusiones

La mejora del modelo EGM2008 con respecto a los modelos globales anteriores (p.e. EGM96) es espectacular debido al alto grado de desarrollo que alcanza, que, incluso, lo hace equiparable a cualquier determinación de geoide local de precisión.

Si se utiliza este modelo dentro del proceso de cálculo habitual de un modelo de geoide local de alta precisión siguiendo el escenario propuesto por la colocación mínimo cuadrática y el modelado residual del terreno, se puede llegar a la conclusión de que únicamente es necesario sumar la contribución de la anomalía de altura que introduce el modelo residual del terreno a la ondulación que proporciona el modelo EGM2008 para obtener un modelo de geoide de precisión.

Las previsiones de futuro están a la vuelta de la esquina: actualmente la misión GOCE se encuentra en el cosmódromo ruso de Plestec esperando a ser lanzada, si esta misión ve la luz y funciona como es de esperar, el resultado será la obtención de un modelo geopotencial global de grado y orden 200 con un error por comisión en ondulación del geoide de 0.01 metros. Actualmente el modelo EGM2008 llega hasta grado y orden 200 con un error acumulado de 0.083 metros, por lo que si los resultados de la misión GOCE cumplen las expectativas, y suponiendo los mismos errores para el resto del desarrollo, se puede obtener un modelo geopotencial global hasta grado 2190 con un error por comisión cercano a los 0.05 metros. Este resultado dejará totalmente obsoletas las técnicas habituales de cálculo de modelos de geoide locales de alta precisión, se trabajará únicamente con ese modelo de geoide global y, para corregir el error por omisión, se añadirá la contribución del modelo residual del terreno (que será, a su vez, una cantidad pequeña, inferior a los 0.05 metros).

Referencias

- [1] Andreu, M.A., Simó, C. 1992. Determinació del Geoide UB91 a Catalunya. Institut Cartogràfic de Catalunya. Monografies Tècniques nº 1.
- [2] Corchete, V., Chourak, M., Khattach, D., 2005. The high-resolution gravimetric geoid of Iberia: IGG2005. *Geophys. J. Int.*, Vol. 162, pp 676-684.
- [3] Denker, H., Barriot, J.P., Barzaghi, R., Forsberg, R., Idhe, J., Kenyeres, A., Marti, U. and Tziavos J.N. 2005. Status of the European gravity and geoid project EGGP. *International Association of geodesy symposia*, nº 129: Gravity, Geoid and Space Missions, pp 125-130.
- [4] Forsberg, R, Tscherning, C.C. 1981. The use of height data in gravity field approximation by collocation. *Journal of Geophysical Research*, Vol 86, nº B9, pp 7843-7854.
- [5] Forsberg, R. 1994. Terrain effects in geoid computations. *International School for the determination and use of the geoid*, pp 101-134. Milan, October 10-15, 1994.
- [6] Förste, C., Flechtner, F., Schmidt, R., Meyer, U., Stubenvoll, R., Barthelmes, F., König, R., Neumayer, K.H., Rothacher, M., Reigber, Ch., Biancale, R., Bruinsma, S., Lemoine, J.M. and Raimondo J.C. 2005. A New High Resolution Global Gravity Field Model Derived From Combination of GRACE and CHAMP Mission and Altimetry/Gravimetry Surface Gravity Data. *EGU General Assembly 2005*, Vienna, Austria, 24-29, Abril 2005.
- [7] Heiskanen, W.A., Moritz, H. 1967. *Physical Geodesy*. W.H. Freeman, San Francisco. 371 p.
- [8] <http://earth-info.nima.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>.

- [9] Knudsen, P. 1985. Estimation and modelling of the local empirical covariance function using gravity and satellite altimeter data. *Bulletin Géodésique*, nº 61, pp 145-160.
- [10] Lemoine, F.G., Kenyon, S.C., Factor, J.K., Trimmer, R.G., Pavlis, N.K., Chinn, D.S., Cox, C.M., Klosko, S.M., Luthcke, S.B., Torrence, M.H., Wang, Y.M., Williamson, R.G., Pavlis, E.C., Rapp, R.H., Olson, T.R. 1998. The development of the joint NASA GSFC and the national imagery and mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96. NASA/TP-1998-206861, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD.
- [11] Martín, A., Anquela, A.B., Berné, J.L., Padín, J., García, F., 2002. Análisis y ajuste de modelos de geoide en la Comunidad Valenciana. 3ª Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica, Valencia, Proceedings, Tomo I, pp 177-181.
- [12] Martín, A., Anquela, A.B., Padín, J., Berné J.L. 2005. Análisis y perspectivas sobre la determinación del campo gravitatorio terrestre a partir de la misiones pos satélite CHAMP, GRACE y GOCE. *Mapping*, nº 105, pp 40-44.
- [13] Martín A., Capilla R., Anquela A.B., Padín J., Berné J.L. 2008. High-precision and high-resolution gravimetric geoid determination in Valencia (Eastern Spain). I International congress on geomatic and surveying engineering, Valencia (Spain). Proceedings.
- [14] Moritz, H. 1980. *Advanced Physical Geodesy*. Ed. Wichmann Verlag, Karlsruhe. 499 p.
- [15] Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C., Schmidt, D., Trimmer, R. 2004. A preliminary gravitational model to degree 2160. IAG International Symposium GGSM2004, Oporto, Portugal.
- [16] Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C., Factor, J.K. 2008. An Earth gravitational model to degree 2160: EGM2008. Asamblea General de la European Geosciences Union 2008, Viena, Austria.
- [17] Rapp, R.H. 1996. Global models for the 1 cm geoid. Present status and near term prospects. International summer school of theoretical geodesy. Como, Italy.
- [18] Sevilla, M.J. 2006. Nuevo geoide centimétrico de la península Ibérica. *Topografía y Cartografía*. Vol. XXIII nº 135, pp. 3-10.
- [19] Tscherning, C.C., Rapp, R.H. 1974. Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance model. Technical Report nº 208, Department of Geodetic Science, The Ohio State University.